приходится продолжать до бесконечности, то сравниваемые величины несоизмеримы. Этим способом легко убедиться, что отрезок, разделенный в среднем и крайнем отношении, дает два отрезка, несоизмеримые между собой и с первоначальным целым отрезком. Действительно, если мы назовем отрезок a, а части его от деления x и y, то мы имеем:

$$\frac{a}{x}=\frac{x}{y}=\frac{y}{x-y}.$$

Так как операция для получения общей меры приводит к новому аналогичному с первоначальным подразделению получившихся от деления отрезков, то ясно, что ее никогда нельзя довести до конца.

Этим способом можно доказать, что $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ и, следовательно, также $\sqrt{5}$ иррациональны. Весьма вероятно, между прочим, что Теэтэт пользовался аналогичным приемом в своих доказательствах иррациональности таких величин, как $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}, \ldots, \sqrt{17}$.

Так как корни уравнений второй степени в случае несоизмеримости их с заданными величинами не могут быть выражены точным образом с помощью этих величин, то понятно, что греки в своих точных вычислениях не вводили никаких приближенных значений, а только продолжали действия с найденными количествами, изображенными отрезками, которые получались при построении, соответствовавшем решению задачи. По существу мы поступаем таким же образом, когда вместо вычисления корней мы довольствуемся выражением их с помощью знаков квадратного корня или других алгебраических символов.

Однако так как всякий отрезок похож на любой другой отрезок, то этим способом нельзя было достигнуть прозрачности нашей алгебраической символики, и пришлось предпринять классификацию иррациональных количеств, получаемых при последовательных решениях уравнений второй степени.

Попытку такого рода классификации предпринял во времена Платона Теэтэт, работу которого продолжал Эвклид, включив ее в десятую книгу „Начал".

При разборе этой книги мы вернемся к этому вопросу; пока же заметим, что в труде этом должны были рассматриваться также случаи, когда величина, принадлежащая по видимости к одному классу, сводится в действительности к другому классу, иначе говоря — в нем должен был быть разобран вопрос об упрощении двойной иррациональности.

Приложения этой классификации мы встречаем в тех случаях, когда желают определить в точности величины, зависящие от квадратных корней; мы с этим встречаемся при определении сторон простейших правильных многоугольников, а также ребер правильных многогранников. Теэтэт, в частности, занимался особенно много этим последним вопросом, играющим кардинальную роль в эвклидовых „Началах".